

## ECUACIONES GLOBALES Y LOCALES DE ALTURA-DIÁMETRO DE 12 ESPECIES DE INTERÉS COMERCIAL EN BOSQUES MANEJADOS<sup>1</sup>

### [GLOBAL AND LOCAL HEIGHT-DIAMETER EQUATIONS FOR 12 SPECIES OF MERCHANTABLE INTEREST IN MANAGED FORESTS]

Mayra Flor López-Villegas<sup>1</sup>, Wenceslao Santiago-García<sup>2§</sup>, Gerónimo Quiñonez-Barraza<sup>3</sup>, Mario Ernesto Suárez-Mota<sup>2</sup>, Waldo Santiago-Juárez<sup>2</sup>, Elías Santiago-García<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Graduada Ingeniería Forestal, Universidad de la Sierra Juárez. Avenida Universidad s/n, Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México, 68725. <sup>2</sup> Instituto de Estudios Ambientales-División de Estudios de Postgrado, Universidad de la Sierra Juárez. Avenida Universidad s/n, Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México, 68725. <sup>3</sup> Centro de Investigación Regional Norte Centro, Campo Experimental Valle del Guadiana, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Carretera Durango- Mezquital Km 4.5, Durango, Durango, México, 34170. <sup>4</sup> Dirección Técnica Forestal de la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca. Carretera Oaxaca-Tuxtepec km 75.5 No.9, Ixtlán de Juárez. Oaxaca, México, 68725. <sup>§</sup>Autor para correspondencia: (wsantiago@unsij.edu.mx).

### RESUMEN

Las ecuaciones alométricas son importantes en el manejo forestal porque permiten obtener estimaciones de alturas con precisión alta, en menor tiempo y costo en los trabajos de inventario forestal. El objetivo de esta investigación fue modelar la relación altura-diámetro de árboles de los géneros *Pinus*, *Quercus* y otras latifoliadas de interés comercial con los enfoques de modelación de ecuaciones locales y globales. La información dasométrica se obtuvo del inventario forestal de 1,081 sitios temporales de muestreo con dimensiones de 1,000 m<sup>2</sup> y 500 m<sup>2</sup> del bosque de Ixtlán de Juárez, Oaxaca. En el análisis se ensayaron modelos clásicos utilizados en estudios de biometría forestal. La calidad de los modelos se evaluó con los estadísticos de bondad de ajuste: raíz del cuadrado medio del error (RMSE), coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ) y sesgo promedio absoluto en la predicción ( $\bar{E}$ ), así como en la significancia de los parámetros mediante la prueba t-Student ( $\alpha = 0.05$ ). Los modelos locales presentaron las características de ajuste más sobresalientes, al considerar implícitamente la calidad del sitio forestal. De estos, el modelo de Chapman-Richards fue el que se ajustó mejor para la mayoría de las especies estudiadas. En la realización de los inventarios forestales se recomienda el uso de las ecuaciones globales para una estimación rápida de las alturas a nivel de todo el bosque o predio y las ecuaciones locales a nivel de unidad de manejo o rodal. Los modelos alométricos representan una herramienta de utilidad para obtener valores aceptables de las alturas promedio, y por consiguiente de los volúmenes de madera.

**Palabras clave:** Ecuaciones alométricas, indicadores estadísticos, inventario forestal, *Pinus*, *Quercus*.

---

<sup>1</sup> Recibido: 26 de octubre de 2017.

Aceptado: 10 de diciembre de 2017.

## ABSTRACT

The allometric equations are important in the forest management because of they allow estimates heights with high precision, in less time and cost in the works of forest inventory. The aim of this research was to model the height-diameter relationship of the genus *Pinus*, *Quercus* and other broadleaves species of commercial interest with the global and local modeling approaches. The dasometric information was obtained from the forest inventory of 1,081 temporary sampling plots of 1,000 m<sup>2</sup> and 500 m<sup>2</sup> in the forest of Ixtlán de Juárez, Oaxaca. To carried out the objective, classic models used in forest biometric studies were tested. The model accuracy was evaluated with goodness of fit statistics as: root mean square error (RMSE), coefficient of determination adjusted by the number of parameters ( $R^2_{adj}$ ), mean absolute bias ( $\bar{E}$ ), and the significance of the parameters estimates at 5% of significance level ( $\alpha = 0.05$ ). Local equations presented the best fitting characteristics, when considering implicitly the forest site quality. Both approaches studied was statistically accurate, where the Chapman-Richard model was best for the most species evaluated. In forest inventories, the allometric equations generated is recommended to estimate the trees height; the global equations for a fast estimation of the heights at the forest level, and the local equations at the level of stand. The allometric models represent a useful tool to obtain acceptable values of the average heights, and therefore of timber volumes.

**Index words:** Allometric equations, statistical indicators, forest inventory, *Pinus*, *Quercus*.

## INTRODUCCIÓN

La información de alturas de árboles en un bosque con manejo es relevante, debido a que es requerida en diversas actividades de planeación y seguimiento de los programas de manejo forestal. En inventarios forestales, la utilización de la altura total en conjunto con el diámetro normal permite predecir volumen total y comercial, biomasa y carbono, con una precisión alta, además es insumo en los modelos de crecimiento (Soares y Tomé, 2002; Barrio *et al.*, 2004). Asimismo, la predicción de alturas totales es también requerida para determinar e interpretar la calidad de sitio (Stout y Shumway, 1982; Diéguez *et al.*, 2005) y la estructura de los rodales (Castedo *et al.*, 2006; Juárez *et al.*, 2007; Saunders y Wagner, 2008).

La altura total y diámetro normal son dos variables correlacionadas entre sí y esas relaciones pueden ser analizadas por modelos matemáticos-estadísticos. Es importante considerar el aspecto económico y técnico al medir los diámetros solamente o diámetros y alturas (Juárez *et al.*, 2007). En rodales densos, es común obtener lecturas erróneas de la altura de los árboles, debido a la falta de visibilidad del ápice del árbol, especialmente en árboles con copas anchas como los que crecen en el trópico, otros errores provienen de las lecturas erróneas de los instrumentos que se emplean en la medición, la distancia del observador y la altura del árbol, inclinación del terreno y especialmente del entrenamiento del observador (Ugalde, 1982).

Para simplificar el proceso de medición, existen modelos de regresión que permiten estimar la altura de un árbol en función del diámetro normal, mediante modelos lineales y no lineales, siendo estos últimos los más utilizados (Naslund, 1937; Michailoff, 1943; Huang y Titus, 1994). La relación alométrica altura-diámetro (h-dn) recibe el nombre de curva de altura (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009), la cual se obtiene mediante ecuaciones no lineales globales, locales y generalizadas. Estas ecuaciones se implementan en inventarios forestales donde la medición de la altura se realiza sólo en una muestra de individuos dentro de cada parcela, debido al elevado costo asociado a la

medición (Sharma y Partem, 2007). Posteriormente, la altura de los árboles se estima a partir del diámetro normal (Larsen y Hann, 1987).

La aplicación de los diferentes enfoques de modelación responde a diferentes objetivos de requerimientos de información con fines de evaluación del recurso forestal. El objetivo de esta investigación fue ajustar ecuaciones alométricas de tipo global y local que permitan estimar con precisión mayor la altura de los árboles de diferentes especies de los géneros *Pinus*, *Quercus* y otras latifoliadas que se encuentran en rodales con manejo del bosque de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, y con esto reducir costos y tiempos en la realización del inventario forestal. La hipótesis fue que los modelos locales tienen capacidad de predicción mayor que los modelos de tipo global, al tener implícita la calidad del sitio forestal.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Área de estudio

El trabajo se realizó en áreas de aprovechamiento forestal de la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, localizada al noroeste de la ciudad de Oaxaca, en la provincia fisiográfica denominada Sistema Montañoso del Norte de Oaxaca, entre las coordenadas 17° 18' 16" y 17° 34' 00" latitud norte y 96° 31' 38" y 96° 20' 00" longitud oeste (Castellanos-Bolaños *et al.*, 2010). Los tipos de climas predominantes en el área son templado subhúmedo y templado subhúmedo con lluvias en verano, con una temperatura media anual entre 14° C y 18° C. Los tipos de suelos más comunes son: acrisol, luvisol y cambisol. El principal tipo de vegetación corresponde a bosques de pino-encino (STF, 2015).

### Datos dasométricos

Los datos utilizados para la generación de las ecuaciones alométricas altura-diámetro, provienen del inventario forestal maderable realizado en la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca (Cuadro 1). El tamaño de muestra fue de 1,081 sitios temporales de muestreo con dimensiones de 1,000 m<sup>2</sup>, y 500 m<sup>2</sup>, distribuidos en 18 rodales o unidades de manejo, con base en un esquema de muestreo estratificado-sistemático. En el ajuste se utilizaron un total de 10,007 datos obtenidos del diámetro y altura medidos en campo con cinta diamétrica Haglöf® y clinómetro digital Haglöf®, respectivamente.

### Especies seleccionadas y modelos ajustados

Las especies seleccionadas para el ajuste de los modelos fueron cinco del género *Pinus* (*Pinus rudis* Endl, *Pinus pseudostrobus* Lindl, *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham, *Pinus douglasiana* Martínez y *Pinus oaxacana* Mirov), tres del género *Quercus* (*Quercus rugosa* Née, *Quercus laurina* Humb. & Bonpl, y *Quercus corrugata* Hook), además de cuatro especies del grupo de otras latifoliadas (*Arbutus xalapensis* Kunth, *Clethra lanata* Mart, *Clethra mexicana*, *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav.) McVaugh) (Castellanos-Bolaños *et al.*, 2010; STF, 2015; Cuadro 1).

En el ajuste se utilizaron nueve modelos alométricos globales y locales de altura-diámetro, los cuales presentaron de 1 a 3 parámetros (Cuadro 2).

**Cuadro 1.** Listado de especies y datos estadísticos descriptivos de las variables utilizadas en el ajuste de ecuaciones globales y locales altura-diámetro.

Especie	Número de observaciones	Variable	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
SP1	270	dn	24.347	10.435	7.5	49.4
		h	15.738	6.623	4	35
SP2	538	dn	38.078	20.429	7.5	99.6
		h	26.056	9.903	5.1	55.7
SP3	2663	dn	26.794	16.471	0.3	113
		h	20.971	9.282	0.11	58.7
SP4	1403	dn	33.631	20.617	1	109.1
		h	24.792	11.077	3	59
SP5	927	dn	32.251	18.353	4.2	105.5
		h	21.892	9.146	3.2	56.8
SP6	277	dn	19.927	12.974	2.7	98
		h	12.164	5.441	1.6	30.2
SP7	2441	dn	19.045	12.522	7.5	94
		h	12.568	6.427	1.3	42.3
SP8	93	dn	17.186	6.833	7.6	34
		h	10.375	4.965	3.7	25.9
SP9	526	dn	17.080	8.871	4.1	52
		h	8.220	3.227	2.3	24.1
SP10	104	dn	13.729	5.282	7.6	32
		h	11.238	4.274	4.2	22.9
SP11	596	dn	14.956	8.700	5.6	62
		h	10.545	4.337	2.5	31
SP12	169	dn	16.180	7.216	7.5	39.8
		h	12.775	5.230	1.8	26.9

dn= diámetro normal (cm); h= altura total (m); SP1= *Pinus rudis* Endl; SP2= *Pinus pseudostrobus* Lindl; SP3= *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham; SP4= *Pinus oaxacana* Mirov; SP5= *Pinus douglasiana* Martínez; SP6= *Quercus rugosa* Née; SP7= *Quercus laurina* Humb. & Bonpl; SP8= *Quercus corrugata* Hook; SP9= *Arbutus xalapensis* Kunth; SP10= *Clethra lanata* Mart; SP11= *Clethra mexicana* y SP12= *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav) McVaugh.

### Procedimiento de ajuste y evaluación de las ecuaciones

La estimación de los parámetros de cada una de las ecuaciones se realizó mediante el procedimiento PROC MODEL del paquete estadístico Statistical Analysis System SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2002). La significancia de los estimadores de los parámetros se evaluó con la prueba t-Student ( $\alpha = 0.05$ ). La capacidad de ajuste de las ecuaciones se basó en los estadísticos: sesgo promedio absoluto ( $\bar{E}$ ), que evalúa la desviación de los valores predichos respecto a los valores observados, raíz del cuadrado medio del error (RMSE) que analiza la precisión de las estimaciones y el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), que refleja la variabilidad total que es explicada por el modelo y que tiene en cuenta el número total de parámetros a estimar (Barrio *et al.* 2004; Cuadro 3). El análisis gráfico de la capacidad predictiva de las ecuaciones generadas se realizó a través del software R (R Development Core Team, 2012), al sobreponer las curvas diámetro-altura sobre la trayectoria de los datos observados.

**Cuadro 2.** Modelos locales y globales de altura-diámetro.

Referencia	Ecuación	Clave
Flewelling y Jong (1994); Martin y Flewelling (1998); Hökkä (1997).	$h = 1.3 + \alpha_0 e^{\alpha_1 d_n^{-1}}$	M1
Wykoff <i>et al</i> (1982); Dolph (1989); Moore <i>et al.</i> (1996).	$h = 1.3 + e^{\alpha_0 + \frac{\alpha_1}{1+d_n}}$	M2
Prodan (1965); Curtis (1967); Huang <i>et al.</i> (1992); Flewelling y Jong (1994).	$h = 1.3 + \alpha_0 \left( \frac{d_n}{1+d_n} \right)^{\alpha_1}$	M3
Arabatzis y Burkhardt (1992)	$h = \alpha_0 e^{\alpha_1 d_n^{-1}}$	M4
Woollons (2003)	$h = 1.3 + \left( \alpha_0 + \alpha_1 d_n^{-1} \right)^{-2.5}$	M5
Huang <i>et al.</i> (1992); Huang y Titus (1994); Zhang <i>et al.</i> (1995); Zhang (1997)	$h = 1.3 + \alpha_0 \left( 1 - e^{-\alpha_1 d_n} \right)^{\alpha_2}$	M6
Gompertz (1825)	$h = \alpha_0 \times \exp\left(-\alpha_1 \exp[-\alpha_2 d_n]\right)$	M7
Chapman-Richards (1959)	$h = a_0 \left[ 1 - \exp(-\alpha_1 d_n) \right]^{\alpha_2}$	M8
Schumacher (1939)	$h = \alpha_0 \times \exp\left(-\frac{\alpha_1}{d_n}\right)$	M9

$d_n$ = diámetro normal con corteza del árbol (cm);  $h$ = altura total del árbol (m) y  $\alpha_i$  ( $i= 0, 1,2$ ) son los parámetros a estimar.

**Cuadro 3.** Indicadores estadísticos utilizados para evaluar la bondad de ajuste de los modelos altura-diámetro globales y locales.

Indicador	Ecuación
Raíz del cuadrado medio del error	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$
Coefficiente de determinación ajustado	$R^2_{adj} = 1 - \left( 1 - R^2 \right) \left( \frac{n-1}{n-p} \right)$ donde: $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$
Sesgo promedio absoluto	$E = \left  \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \right $

$R^2$  es el coeficiente de determinación;  $y_i, \bar{y}, \hat{y}_i$  son los valores observados, la media de las observaciones y predicho de la variable dependiente, respectivamente;  $n$  es el número de observaciones y  $p$  es el número de parámetros del modelo a ser evaluado.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Ajuste de modelos globales y locales

El ajuste de los modelos globales se llevó a cabo al utilizar los datos de alturas a nivel predial, es decir, para cada especie de árbol evaluado, se tomaron los datos de todas las categorías diamétricas sin importar en que rodal se presentaban.

Los parámetros estimados y los indicadores de bondad de ajuste de cada una de las ecuaciones globales se presentan en el Cuadro 4. El modelo de Gompertz (M7) presentó mejor ajuste para las especies *Pinus rudis* Endl. y *Arbutus xalapensis* Kunth. En tanto que, para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham, *Pinus oaxacana* Mirov y *Pinus douglasiana* Martínez, el modelo de Chapman-Richards (M8) fue mejor. El modelo de Schumacher se ajustó mejor para las especies *Clethra mexicana* y *Quercus corrugata* Hook. El modelo de Wykoff *et al.* (1982), Dolph (1989), Moore *et al.* (1996) (M2) presentó mejor ajuste para *Quercus rugosa* Née, *Clethra lanata* Mart, y *Quercus laurina* Humb. & Bonpl. Por su parte, en *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav) McVaugh el modelo de Woollons (2003) presentó el ajuste más sobresaliente.

El ajuste de los modelos M7 para la especie *Arbutus xalapensis* y M5 para *Prunus serotina*, presentaron valores bajos de  $R^2_{adj}$  (0.3786 y 0.4825) con respecto a los demás modelos para las diferentes especies, esto se debe al número de datos menor utilizado en la muestra. Sin embargo, es posible predecir la altura dado el comportamiento gráfico adecuado del modelo (Figura 1), y se destaca la relación altura-diámetro con tendencia asintótica y la altura total de los árboles creciendo en diversos niveles de productividad (índice de sitio). Los modelos ajustados en general presentan un valor alto de coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), un valor reducido para la raíz del cuadrado medio del error (RMSE) y del sesgo promedio absoluto ( $\bar{E}$ ). Además, todos los parámetros obtenidos en el ajuste de las ecuaciones fueron significativos. Los modelos clásicos, Gompertz (M7) y Chapman-Richards (M8) predominaron en el ajuste con un  $R^2_{adj}$  entre 70% y 80% en la mayoría de las especies evaluadas, sobre todo especies de abundancia mayor en el predio y con un sesgo de 0.001 m a 0.005 m, menores al resto de las ecuaciones que se ajustaron en las demás especies evaluadas.

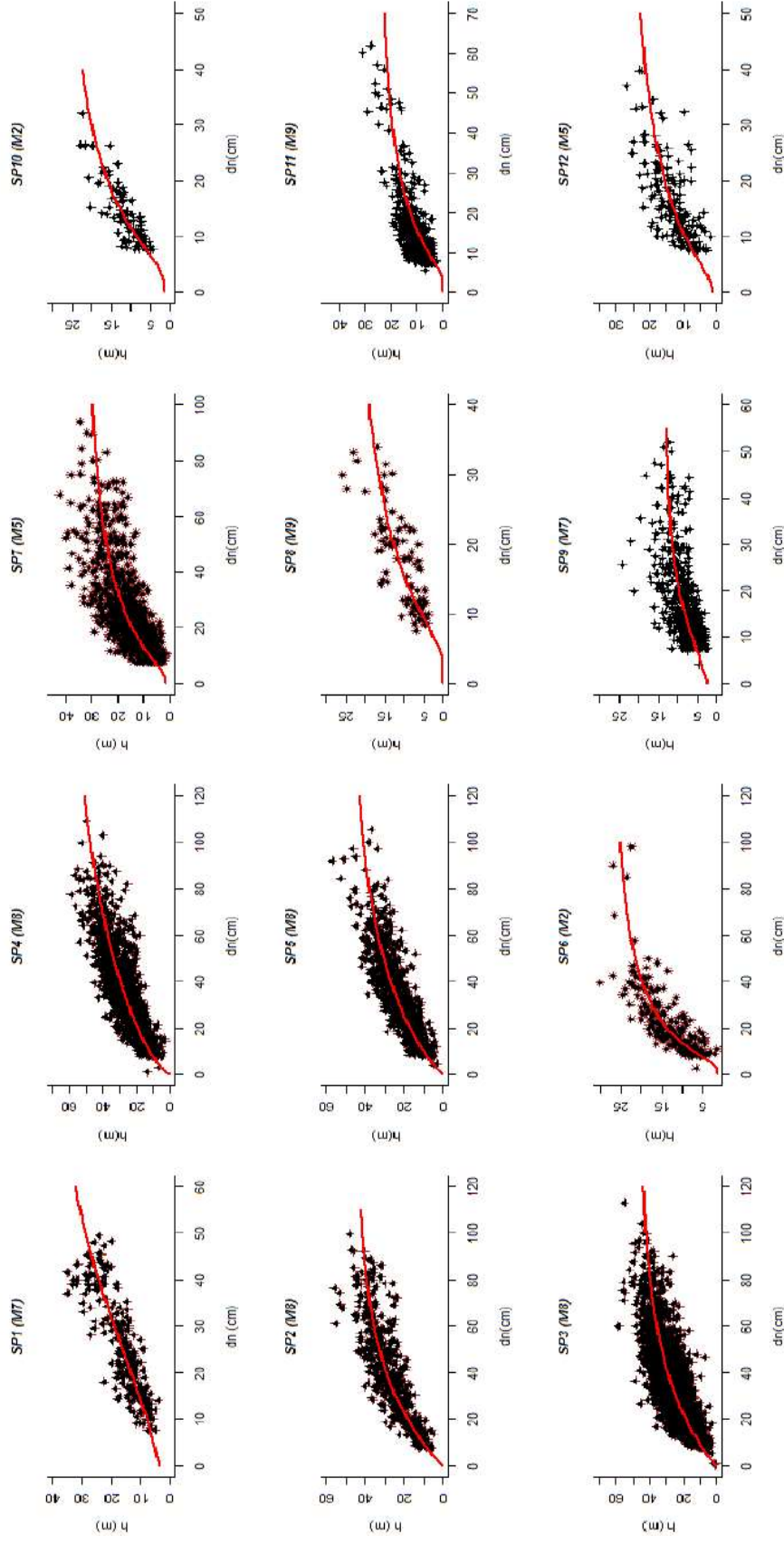
Las ecuaciones que presentaron mayor bondad de ajuste poseen tres parámetros, aunque en la mayoría de los casos las ecuaciones locales no lineales de dos parámetros fueron superiores a las ecuaciones con tres parámetros, tal fue el caso para las especies: *Quercus rugosa* Née., *Quercus laurina* Humb. & Bonpl., *Quercus corrugata* Hook., *Clethra lanata* Mart., *Clethra mexicana* y *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav) McVaugh. Resultados similares encontraron Trincado y Leal (2006) en un estudio para *Pinus radiata* en la provincia de Arauco, Chile. Cabe señalar que durante la fase de modelación no se presentaron problemas de convergencia, debido a un número de observaciones alto en el proceso de ajuste.

Los modelos globales estiman las alturas totales a nivel predial pero no muestran la productividad real de los rodales que lo constituyen (Figura 1). Sin embargo, estas funciones son de utilidad porque permiten la obtención de alturas de manera rápida, y al mismo tiempo disminuir los costos en la toma de datos en campo, la utilidad se demuestra en un estudio realizado para *Pinus patula* de Zacualtipán, Hidalgo, México, en donde la función de altura-diámetro de Gompertz permitió obtener el valor global del volumen por parcela y con ello alimentar modelos para la predicción y proyección del rendimiento maderable a través del tiempo (Santiago-García, 2009).

**Cuadro 4.** Valores de parámetros y estadísticos obtenidos en el ajuste de modelos globales de altura-diámetro.

Especie	Modelo	Parámetros estimados	Error Estándar	Pr >  t	RMSE	R <sup>2</sup> adj	Ē
SP1	M7	$\alpha_0=41.38931$	7.0915	<0.0001	3.382	0.7392	0.005
		$\alpha_1=2.42123$	0.0936	<0.0001			
		$\alpha_2=0.03793$	0.00793	<0.0001			
SP2	M8	$\alpha_0=44.40583$	2.112	<0.0001	4.889	0.7562	0.002
		$\alpha_1=0.026287$	0.00422	<0.0001			
		$\alpha_2=0.983603$	0.0905	<0.0001			
SP3	M8	$\alpha_0=46.06167$	0.5076	<0.0001	3.2685	0.8563	0.001
		$\alpha_1=0.023647$	0.000713	<0.0001			
		$\alpha_2=0.936185$	0.0119	<0.0001			
SP4	M8	$\alpha_0=66.71033$	8.0047	<0.0001	5.298	0.7712	0.003
		$\alpha_1=0.009768$	0.00273	0.0004			
		$\alpha_2=0.725584$	0.0388	<0.0001			
SP5	M8	$\alpha_0=47.52779$	3.2403	<0.0001	4.439	0.7644	0.0004
		$\alpha_1=0.018096$	0.00329	<0.0001			
		$\alpha_2=0.865755$	0.0565	<0.0001			
SP6	M2	$\alpha_0=3.338698$	0.0318	<0.0001	2.792	0.7366	0.022
		$\alpha_1=-17.2059$	0.689	<0.0001			
SP7	M5	$\alpha_0=0.238711$	0.00163	<0.0001	3.702	0.6682	0.006
		$\alpha_1=2.36734$	0.038	<0.0001			
SP8	M9	$\alpha_0=28.49765$	2.4725	<0.0001	3.1883	0.5876	0.063
		$\alpha_1=16.20354$	1.5989	<0.0001			
		$\alpha_0=12.78467$	0.6488	<0.0001			
SP9	M7	$\alpha_1=1.70405$	0.1915	<0.0001	2.544	0.3786	0.001
		$\alpha_2=0.0879$	0.0146	<0.0001			
SP10	M2	$\alpha_0=3.453455$	0.0675	<0.0001	2.302	0.7097	0.030
		$\alpha_1=-16.2513$	1.0673	<0.0001			
SP11	M9	$\alpha_0=23.94776$	0.6088	<0.0001	2.8077	0.5810	0.037
		$\alpha_1=10.7507$	0.3693	<0.0001			
SP12	M5	$\alpha_0=0.258286$	0.0089	<0.0001	3.762	0.4825	0.002
		$\alpha_1=1.764402$	0.1578	<0.0001			

SP1 (M7)= *Pinus rudis* Endl. Modelo de Gompertz; SP2 (M8)= *Pinus pseudostrobus* Lindl. Modelo de Chapman-Richards; SP3 (M8)= *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. Modelo de Chapman-Richards; SP4 (M8)= *Pinus oaxacana* Mirov. Modelo de Chapman-Richards; SP5 (M8)= *Pinus douglasiana* Martínez. Modelo de Chapman-Richards; SP6 (M2)= *Quercus rugosa* Née. Modelo de Wykoff *et al* (1982); Dolph (1989); Moore *et al.* (1996); SP7 (M5)= *Quercus laurina* Humb. & Bonpl. Modelo de Woollons (2003); SP8 (M9)= *Quercus corrugata* Hook. Modelo de Schumacher; SP9 (M7)= *Arbutus xalapensis* Kunth. Modelo de Gompertz; SP10 (M2)= *Clethra lanata* Mart. Modelo de Wykoff *et al* (1982); Dolph (1989); Moore *et al.* (1996); SP11 (M9)= *Clethra mexicana*. Modelo de Schumacher y SP12 (M5)= *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav) McVaugh. Modelo de Woollons (2003).



**Figura 1.** Curvas globales de altura-diámetro de las especies evaluadas.

SP1 (M7)= *Pinus rudis* Endl. Modelo de Gompertz; SP2 (M8)= *Pinus pseudostrobus* Lindl. Modelo de Chapman-Richards; SP3 (M8)= *Pinus patula* Schiede ex Sehtdl. & Cham. Modelo de Chapman-Richards SP4 (M8)= *Pinus oaxacana* Mirov. Modelo de Chapman-Richards; SP5 (M8)= *Pinus douglasiana* Martínez. Modelo de Chapman-Richards; SP6 (M2)= *Quercus rugosa* Née. Modelo de Wykoff *et al.*, (1982); Dolph (1989); Moore *et al.* (1996); SP7 (M5)= *Quercus laurina* Humb. & Bonpl. Modelo de Woollons (2003); SP8 (M9)= *Quercus corrugata* Hook. Modelo de Schumacher: SP9 (M7)= *Arbutus xalapensis* Kunth. Modelo de Gompertz; SP10 (M2)= *Clethra lanata* Mart. Modelo deWykoff *et al.* (1982); Dolph (1989); Moore *et al.* (1996); SP11 (M9)= *Clethra mexicana*. Modelo de Schumacher y SP12 (M5)= *Prunus serotina* subsp. *capuli* (Cav) McVaugh. Modelo de Woollons (2003).



**Cuadro 4.** Valores de parámetros y estadísticos obtenidos en el ajuste de modelos locales de altura diámetro.

Especie/Rodal	Ecuación	Estimación	Error Estándar	Pr >  t	REMC	R <sup>2</sup> adj	Ē
<i>Pinus douglasiana</i> Martínez (SP5)							
A	M6	$\alpha_0=43.38058$	5.8908	<0.0001	4.1312	0.758	0.0020
		$\alpha_1=0.020841$	0.00768	0.0072			
		$\alpha_2=0.898631$	0.1285	<0.0001			
B	M5	$\alpha_0=0.201108$	0.00585	<0.0001	5.0216	0.718	0.007
		$\alpha_1=2.570758$	0.2567	<0.0001			
		$\alpha_0=39.57232$	2.2996	<0.0001			
K	M7	$\alpha_1=2.06015$	0.1079	<0.0001	4.6549	0.7381	0.008
		$\alpha_2=0.03779$	0.0044	<0.0001			
		$\alpha_0=40.85637$	4.7031	<0.0001			
Q	M8	$\alpha_1=0.031767$	0.00944	0.001	3.3061	0.8462	0.001
		$\alpha_2=1.148076$	0.1706	<0.0001			
		$\alpha_0=44.28026$	5.4925	<0.0001			
R	M8	$\alpha_1=0.025359$	0.0086	0.0041	3.1689	0.8715	0.0006
		$\alpha_2=0.979459$	0.1472	<0.0001			
		$\alpha_0=63.98103$	44.9693	0.1604			
S	M8	$\alpha_1=0.007728$	0.0141	0.5869	5.6823	0.6757	0.023
		$\alpha_2=0.644614$	0.2146	0.004			
<i>Pinus oaxacana</i> Mirov (SP4)							
A	M7	$\alpha_0=70.33071$	9.7985	<0.0001	4.5803	0.7896	0.0107
		$\alpha_1=2.03642$	0.0935	<0.0001			
		$\alpha_2=0.01949$	0.00305	<0.0001			
B	M8	$\alpha_0=54.70616$	5.118	<0.0001	5.2976	0.7771	0.018
		$\alpha_1=0.017539$	0.00463	0.0002			
		$\alpha_2=0.820332$	0.0767	<0.0001			
C	M7	$\alpha_0=44.51717$	1.8565	<0.0001	3.8955	0.8981	0.001
		$\alpha_1=2.21136$	0.0947	<0.0001			
		$\alpha_2=0.04424$	0.00423	<0.0001			
G	M8	$\alpha_0=54.20296$	11.7184	<0.0001	6.0395	0.6926	0.011
		$\alpha_1=0.013527$	0.00791	0.0882			
		$\alpha_2=0.706893$	0.1001	<0.0001			
K	M5	$\alpha_0=0.195466$	0.00746	<0.0001	5.2994	0.7535	0.008
		$\alpha_1=2.659421$	0.2967	<0.0001			
L	M7	$\alpha_0=52.90138$	7.9799	<0.0001	5.6479	0.7061	0.011
		$\alpha_1=1.82734$	0.1404	<0.0001			
		$\alpha_2=0.02383$	0.0069	0.0002			

Especie/Rodal	Ecuación	Estimación	Error Estándar	Pr >  t	REMC	R <sup>2</sup> adj	$\bar{E}$
<i>Pinus patula</i> Schiede ex Schltdl. & Cham (SP3)							
A	M9	$\alpha_0=44.96354$	2.5897	<0.0001	3.1733	0.8347	0.002
		$\alpha_1=19.67848$	0.0661	<0.0001			
		$\alpha_0=51.12191$	1.6543	<0.0001			
B	M7	$\alpha_1=1.83276$	0.0242	<0.0001	3.0544	0.849	0.004
		$\alpha_2=0.02526$	0.00119	<0.0001			
		$\alpha_0=48.59598$	13.9142	0.0028			
C	M7	$\alpha_1=2.37994$	0.1222	<0.0001	1.1828	0.9447	0.002
		$\alpha_2=0.04162$	0.0144	0.0101			
		$\alpha_0=41.47006$	5.1432	<0.0001			
D	M7	$\alpha_1=2.200033$	1.1315	0.0654	3.5133	0.6797	0.0006
		$\alpha_2=0.057834$	0.0279	0.0506			
		$\alpha_0=45.12826$	1.5039	<0.0001			
G	M7	$\alpha_1=1.782786$	0.00354	<0.0001	3.1845	0.8689	0.020
		$\alpha_2=0.045386$	0.00354	<0.0001			
		$\alpha_0=42.88403$	0.7500	<0.0001			
H	M7	$\alpha_1=42.88403$	0.0553	<0.0001	2.4654	0.9191	0.004
		$\alpha_2=0.044775$	0.00215	<0.0001			
		$\alpha_0=37.89598$	1.0794	<0.0001			
I	M7	$\alpha_1=1.991635$	0.0310	<0.0001	2.6817	0.8609	0.013
		$\alpha_2=0.038538$	0.00188	<0.0001			
		$\alpha_0=49.02551$	4.5927	<0.0001			
K	M6	$\alpha_1=0.013802$	0.00270	<0.0001	2.6756	0.8615	0.003
		$\alpha_2=0.874201$	0.0399	<0.0001			
		$\alpha_0=65.26091$	5.1341	<0.0001			
P	M8	$\alpha_1=0.008993$	0.00152	<0.0001	2.5120	0.8801	0.003
		$\alpha_2=0.705566$	0.0173	<0.0001			
		$\alpha_0=46.55318$	0.6838	<0.0001			
Q	M3	$\alpha_1=18.98483$	0.1719	<0.0001	3.0299	0.8906	0.006
		$\alpha_0=41.83904$	0.6838	<0.0001			
		$\alpha_1=0.038895$	0.00178	<0.0001			
R	M6	$\alpha_2=1.40987$	0.0438	<0.0001	2.6070	0.9348	0.0003
		$\alpha_0=45.07031$	1.1529	<0.0001			
		$\alpha_1=0.02526$	0.00205	<0.0001			
S	M8	$\alpha_2=0.889239$	0.0337	<0.0001	2.9308	0.8938	0.023

Especie/Rodal	Modelo	Estimación	Error Estándar	Pr >  t	REMC	R <sup>2</sup> adj	$\bar{E}$
T	M8	$\alpha_0=50.18397$	2.0426	<0.0001	2.8718	0.9166	0.007
		$\alpha_1=0.024718$	0.00266	<0.0001			
		$\alpha_2=1.113157$	0.0622	<0.0001			
U	M4	$\alpha_0=30.63439$	1.9813	<0.0001	2.2987	0.8077	0.009
		$\alpha_1=0.055678$	0.0150	0.0004			
		$\alpha_2=1.288464$	0.3246	0.0002			
V	M7	$\alpha_0=41.64805$	1.0671	<0.0001	2.6299	0.8599	0.002
		$\alpha_1=1.662402$	0.0278	<0.0001			
		$\alpha_2=0.032521$	0.00166	<0.0001			
X	M8	$\alpha_0=41.64805$	2.0738	<0.0001	3.2485	0.8447	0.002
		$\alpha_1=0.038993$	0.00636	<0.0001			
		$\alpha_2=1.168154$	0.1296	<0.0001			
<i>Pinus pseudostrabus</i> Lindl (SP2)							
A	M7	$\alpha_0=36.79103$	1.8021	<0.0001	4.0881	0.7951	0.009
		$\alpha_1=2.31088$	0.382	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
B	M9	$\alpha_0=42.1326$	1.3023	<0.0001	3.7942	0.8086	0.011
		$\alpha_1=15.85465$	1.0289	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
P	M9	$\alpha_0=48.60083$	2.2917	<0.0001	4.8129	0.7395	0.062
		$\alpha_1=18.66718$	0.0139	<0.0001			
		$\alpha_2=0.211165$	0.00479	<0.0001			
Q	M5	$\alpha_0=0.211165$	0.00479	<0.0001	4.9131	0.7323	0.042
		$\alpha_1=2.250798$	0.1979	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
R	M7	$\alpha_0=46.12094$	3.4073	<0.0001	3.3016	0.8848	0.002
		$\alpha_1=2.17185$	0.1793	<0.0001			
		$\alpha_2=0.04078$	0.00623	<0.0001			
S	M5	$\alpha_0=0.192721$	0.0059	<0.0001	3.537	0.8587	0.059
		$\alpha_1=2.603285$	0.2244	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
<i>Quercus laurina</i> Humb. & Bonpl (SP7)							
A	M9	$\alpha_0=36.11636$	1.4394	<0.0001	3.2777	0.7416	0.164
		$\alpha_1=17.25953$	0.7750	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
B	M9	$\alpha_0=32.28004$	0.6567	<.0001	3.8222	0.6742	0.091
		$\alpha_1=15.01655$	0.3853	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
H	M9	$\alpha_0=33.37528$	2.3063	<0.0001	3.6071	0.6895	0.080
		$\alpha_1=15.3247$	1.4465	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			
Q	M7	$\alpha_0=21.7939$	0.8894	<0.0001	3.2061	0.6817	0.001
		$\alpha_1=3.28224$	0.3455	<0.0001			
		$\alpha_2=0.10328$	0.0105	<0.0001			
R	M8	$\alpha_0=35.66109$	6.1693	<0.0001	3.1722	0.771	0.012
		$\alpha_1=0.023731$	0.011	0.0332			
		$\alpha_2=0.899944$	0.1538	<0.0001			
S	M4	$\alpha_0=28.8743$	0.9813	<0.0001	3.0885	0.763	0.0005
		$\alpha_1=-12.4435$	0.6608	<0.0001			
		$\alpha_2=0.06594$	0.0116	<0.0001			

Los modelos locales que mejor se ajustaron a la base de datos fueron los modelos de Chapman-Richards (M8), y Gompertz (M7), al presentar coeficientes de determinación ajustados mayores del 70%, y por consiguiente, un valor bajo de RMSE, y del sesgo promedio absoluto, con variación de 0.005 m a 0.042 m, siendo los parámetros estimados significativos en la mayoría de los casos ( $P < 0.001$ ) (Cuadro 5).

Los modelos M4, M5 y M6, se ajustaron en pocos rodales, los dos últimos modelos están condicionados a estimar alturas cuando el diámetro normal se aproxima a cero (Trincado y Leal, 2006). Esta restricción es razonable desde un punto de vista teórico, aun cuando raras veces se está interesado en la predicción de alturas totales en árboles con dn cercano a cero (Fang y Bailey, 1998). El modelo de Schumacher (M9), presentó parámetros significativos aun cuando el valor de  $R^2_{adj}$  es menor, y por consiguiente, tiene un sesgo mayor en la predicción, sin embargo, presenta una capacidad predictiva adecuada. En el caso de *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. & Cham se presenta el valor más alto del coeficiente de determinación ajustado (0.9447) (Rodal C).

En general, los ajustes mejores se obtuvieron para las ecuaciones locales en la mayoría de las especies estudiadas. Este resultado es razonable porque los rodales o unidades de manejo tienen cierto grado de homogeneidad y los datos consideran de manera implícita la calidad del sitio forestal. En el caso de las ecuaciones globales, no se distingue la calidad de sitio, porque se utilizan todos los datos disponibles por especie, lo que genera mayor variabilidad, y en consecuencia un ajuste menor.

El uso de ecuaciones de altura-diámetro de tipo local, permite mayor eficiencia en el levantamiento de datos en inventarios forestales (López-Sánchez *et al.*, 2003; Gómez *et al.*, 2013), debido a que la altura total se estima con precisión en cada árbol dentro del sitio o área de influencia de la expresión ajustada (Gómez *et al.*, 2013).

La predicción de alturas totales es requerida en silvicultura y manejo forestal para estudios de dinámica de la vegetación arbórea (Diéguez *et al.*, 2005; Castedo *et al.*, 2006; Saunders y Wagner, 2008). Por ejemplo, en modelos de crecimiento y rendimiento se requiere contar con modelos que permitan estimar la relación altura-diámetro a lo largo del período de proyección (Calama y Montero, 2004; Sharma y Partem, 2007).

## CONCLUSIONES

Los modelos clásicos, Gompertz y Chapman-Richards tuvieron un ajuste satisfactorio en la mayoría de las especies evaluadas ya sea a nivel predial o unidad de manejo (rodal). Las ecuaciones alométricas globales y locales de altura-diámetro obtenidas permitirán disminuir en tiempo y costo los trabajos de inventario forestal. De éstas, las ecuaciones locales estiman con precisión mayor la altura de los árboles. Las ecuaciones alométricas representan una herramienta de utilidad para el manejo de los bosques de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, al permitir obtener valores aceptables de las alturas promedio, y por consiguiente de los volúmenes de madera.

## LITERATURA CITADA

Arabatzis, A. A., and H. E. Burkhart. 1992. An evaluation of sampling methods and model forms for estimating height-diameter relationships in loblolly pine plantations. *Forest Science* 38: 192-198.

- Barrio, A. M., J. G. Álvarez, I. J. Díaz-Maroto, y C. A. López. S. 2004. Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 18:141-146.
- Calama, R., and G. Montero. 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 34:150-163.
- Castedo, D. F., U. Diéguez A., B. Anta M., R. M. Sánchez, and G. Klaus-von. 2006. A generalized height-diameter model including random components for Radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 229: 202-213.
- Castellanos-Bolaños, J. F., Treviño-Garza, E. J., Aguirre-Calderón, O. A., J. Jiménez-Pérez, y J. A. Velázquez-Martínez. 2010. Diversidad arbórea y estructura espacial de bosques de pino-encino en Ixtlán de Juárez, Oaxaca. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 1:39-52.
- Curtis, R. O. 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second growth Douglas-fir. *Forest Science* 13: 365-375.
- Diéguez, A. U., D. Castedo, y J. G. Álvarez G. 2005. Funciones de crecimiento en área basimétrica para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblaciones en Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 14: 229-241.
- Diéguez-Aranda, U., A. Rojo-Alboreca, F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez-González, M. Barrio-Anta, F. Crecente-Campo, J. M. González-González, C. Pérez-Cruzado, R. J. Rodríguez-Soalleiro, C. A. López-Sánchez, M. A. Balboa-Murias, J. J. Gorgoso-Varela y F. Sánchez-Rodríguez. 2009. Herramientas silvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Dirección Xeral de Montes, Consellería de Medio Rural, Xunta de Galicia. 272 p.
- Dolph, K.L. 1989. Height-diameter equations for young-growth red fir in California and southern Oregon. Berkeley CA. Forest Service, U. S. Department of Agriculture. 408 p.
- Fang, Z, and R. L Bailey. 1998. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China. *Forest Ecology and Management* 110: 315-327.
- Flewelling, J. W and R. Jong. 1994. Considerations in simultaneous curve fitting for repeated height-diameter measurements. *Journal of forest Research* 24: 1408-1414.
- Gómez, G. E, F. C. Crecente, F. R. Pérez, y U. Diéguez A. 2013. Relación altura-diámetro generalizada para rodales regulares de *Quercus robur* L. en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 35: 201-209.
- Gompertz, B. 1825. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115: 513-585.
- Hökkä H. 1997. Height-diameter curves with random intercepts and slopes for trees growing on drained peat lands. *Forest Ecology and Management* 97: 63-72.
- Huang, S., and S. J. Titus. 1994. An age-independent individual tree height prediction model for boreal spruce-aspen stands in Alberta. *Canadian Journal of Forest Research* 24: 1295-1301.
- Huang, S., S. J. Titus, and D. D. Wiens. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forestry Research* 22: 1297-1304.
- Juárez, G. M., M. G. Pece, V. B. Gaillard, J. Sanguedolce, y V. Mariot. 2007. Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana* 9:9-14.
- Larsen, D. R., and D. W. Hann. 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Forest Research Laboratory. Oregon State University, Corvallis. *Research Bulletin* 49. 16 p.

- López-Sánchez, C. A., J. Gorgoso V., F. Castedo D., A. Rojo A., R. Rodríguez S., J. G. Álvarez G., and F. Sánchez R. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science* 60: 237-245.
- Martin, F., and J. Flewelling. 1998. Evaluation of tree height prediction models for stand inventory. *Western Journal of Applied Forestry* 13: 109-119.
- Michailoff, J. L., 1943. Zahlenmabiges Verfahren fur die Ausfuehrung der Bestandeshohenkurven. Sonderdr. Fw. Cbl. U. Tharandter. Forst. jb. H. 6
- Moore, J. A, L. Zhang, and D. Stuck. 1996. Height-diameter equations for ten tree species in the Inland Northwest. *Western Journal of Applied Forestry* 11: 132-137.
- Naslund, M. 1937. Die Duechforstungsversuche der forstlichen Versuchsanstalt Schwedens im Krefernvald. M. S. S.
- Prodan, M. 1965. *Holzmesslehre*. J. D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt am Main. 644 p.
- R Development Core Team. 2012. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth curve for empirical use. *J. Exp. Bot.* 10(2): 290-301.
- Santiago-García, W. 2009. Sistema de crecimiento y rendimiento para *Pinus patula* de Zacualtipán, Hidalgo, México. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Texcoco, Estado de México, México. 78 p.
- SAS Institute Inc. 2002. SAS/ETS 9.0 User's guide. Cary, NC. SAS Institute Inc. 1023-1355.
- Saunders, M. R, and R. G. Wagner. 2008. Height-diameter models with random coefficients and site variables for tree species of central Maine. *Annals of Forest Science* 65: 203.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth curve and its application to timber-yield studies. *Journal of Forestry* 37: 819-820.
- Sharma, M., and J. Partem. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management* 249:187-198.
- Soares, P., and M. Tomé. 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *Forest Ecology and Management* 166:99-109.
- STF (Servicios Técnicos Forestales de Ixtlán de Juárez). 2015. Programa de manejo forestal para el aprovechamiento y conservación de los recursos forestales maderables de Ixtlán de Juárez. Ciclo de corta 2015-2024. Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México. 423 p.
- Stout, B.B., and Shumway, D.L. 1982. Site quality estimation using height and diameter. *Forest Science*. 28: 639-645.
- Trincado, G., y C. Leal D. 2006. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Revista Bosque* 27: 23-34.
- Ugalde, A. 1982. Conceptos básicos de dasometría. Centro Agronómico de Investigación y Enseñanza. Disponible en línea: <http://www.sidalc.net/repdoc/a5909e/a5909e.pdf>.
- Woollons, R. C. 2003. Examination of mean top height definitions and the height estimation equations for *Pinus radiata* in New Zealand. *New Zealand Journal of Forestry* 48: 15-18.
- Wykoff, W. R., N. L. Crookston, and A. Stage. R. 1982. User's guide to the stand prognosis model. Gen. Tech. Rep INT-133. Ogden, UT: Intermountain Forest and Range Station, Forest Service, U.S. Department of Agriculture. 112 p.
- Zhang, L, J. A. Moore, and J. D Newberry. 1995. Evaluation of the prediction performance for eight nonlinear height-diameter equations. Poster presented at the Resources Measurement subject area at the SAF National Convention held in Portland, Main. 448 p.
- Zhang, L. 1997. Cross-validation of non-linear growth functions for modelling tree height-diameter relationships. *Annals of Botany* 79: 251-257.