

MODELOS DE VOLUMEN FUSTAL PARA *Pinus ayacahuite* Ehren¹

[STEM VOLUME MODELS FOR *Pinus ayacahuite* Ehren]

Agustín Ramírez-Martínez¹, Wenceslao Santiago-García^{1,2§}, Gerónimo Quiñonez-Barraza³, Faustino Ruiz-Aquino^{1,2}, Pablo Martínez-Antúnez^{1,2}

¹Ingeniería Forestal, Universidad de la Sierra Juárez. Avenida Universidad s/n, Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México, 68725. ²Instituto de Estudios Ambientales-División de Estudios de Postgrado, Universidad de la Sierra Juárez. Avenida Universidad s/n, Ixtlán de Juárez, Oaxaca, México, 68725. ³Centro de Investigación Regional Norte Centro, Campo Experimental Valle del Guadiana, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Carretera Durango- Mezquitil Km 4.5, Durango, Durango, México, 34170. [§]Autor para correspondencia: (wsantiago@unsij.edu.mx).

RESUMEN

Los modelos de volumen de fuste total son una herramienta eficiente en la estimación del volumen de árboles individuales y a nivel rodal, información esencial para la realización del manejo forestal sustentable. En el presente trabajo se ajustaron a datos de 55 árboles de *Pinus ayacahuite* Ehren, 12 modelos de volumen total de una y dos entradas por mínimos cuadrados lineales y no lineales. La evaluación y selección del modelo más eficaz se realizó con base en indicadores estadísticos de bondad de ajuste. Los modelos de Berkhout (de una entrada) y de Schumacher-Hall (de doble entrada), mostraron los mejores indicadores de ajuste con valores altos en el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) (> 97%); valores bajos del cuadrado medio del error (CME) (<0.43), de la raíz cuadrada del cuadrado medio ($REMC$) (<0.16) y del sesgo en la predicción (\bar{E}) (<0.014 m³). Estos modelos fueron empleados en la construcción de tablas de volumen de una y dos entradas cuyo uso permite estimar el volumen fustal, mismo que contribuirá en la valoración adecuada del recurso estudiado.

Palabras clave: Bondad de ajuste, existencias maderables, manejo forestal, tabla de volumen.

ABSTRACT

A bole total volume model and their tabulated expression are effective tools to estimate the volume of individual trees and forest stands. This information is essential for the sustainable forest management. In this context, 12 volume models (of one-input and two-inputs) were fitted using linear and non-linear least squares methods to data from 55 *Pinus ayacahuite* Ehren trees. To the evaluation and selection of the best model, statistical indicators were used. All models showed a good fit, but the Berkhout (one-input) and Schumacher-Hall (two-input) models, were selected to estimate the bole total volume over and under bark. This models showed the highest

¹ Recibido: 21 de septiembre de 2016.
Aceptado: 20 de octubre de 2016.

values in R^2_{adj} ($> 97\%$); the lowest values for MSE and $RMSE$ (<0.43 and $<0.16\text{ m}^3$ respectively), also \bar{E} ($<0.014\text{ m}^3$). The models generated, were used to build volume tables, with the objective of making accurate stock estimates, thus allowing for a better assessment of the forest resources.

Index words: Goodness of fit, timber stocks, forest management, volume table.

INTRODUCCIÓN

La estimación de las existencias maderables que un rodal puede sustentar, es una de las tareas de mayor importancia para los manejadores de bosques. El conocimiento de las existencias maderables es un aspecto básico en la planeación del manejo forestal sustentable. El volumen maderable se puede estimar con el uso de modelos de volumen, en los cuales el volumen es una función del diámetro normal o del diámetro normal y la altura, que mediante técnicas de regresión (lineal y no lineal) son ajustados obteniéndose así sus parámetros, con la ecuación que se genera es posible realizar las estimaciones (García, 1995; Romahn-de la Vega *et al.*, 2006; Diéguez-Aranda *et al.*, 2003).

La implementación de las ecuaciones de volumen permite la construcción de tablas de volumen. Jiménez (1988) define a la tabla de volumen como una tabulación o gráfica en la que el diámetro normal y la altura total son las variables principales para determinar el volumen maderable. Asimismo, señala que estas tablas se fundamentan en el principio de que, árboles pertenecientes a la misma especie poseen el mismo volumen promedio, cuando el diámetro y la altura son iguales y las condiciones ecológicas en las que se desarrollan son las mismas. De acuerdo con Avery y Burkhart (2001), estas tablas tienen el propósito de proporcionar una tabulación que exprese el volumen promedio de los árboles en pie de diversos tamaños y especies.

Romahn-de la Vega *et al.* (2006) mencionan que las tablas de volumen más utilizadas son de dos tipos: las tablas de una entrada, en las cuales el volumen es una variable que está en función únicamente del diámetro normal, en México son conocidas como tarifas de volumen; y las tablas de doble entrada, en donde el volumen está representado por dos variables independientes como lo son: el diámetro normal y la altura, ambas tablas pueden elaborarse para una sola especie o para un grupo de especies y para una o varias localidades.

Este tipo de herramientas son de importancia en inventarios forestales cuando se trata de cuantificar la producción y el rendimiento de un rodal o masa forestal en cuanto a volumen de madera, también se emplean para cuantificar áreas plagadas, para la supervisión de los aprovechamientos forestales, verificación de la intensidad de corta, estimación del crecimiento en volumen, y lo más importante es que son fundamentos de la silvicultura y manejo forestal.

Es por ello que los modelos de volumen deben de ser construidos para cada especie y localidad de estudio con la finalidad de que la estimación de las existencias sea más precisa, y así, no subestimar o sobreestimar el volumen maderable, lo que a su vez puede ocasionar pérdidas económicas, además de incidir en la aplicación de tratamientos silvícolas inapropiados. Asimismo, se ha demostrado que la forma de los árboles responde al efecto de los tratamientos

silviculturales. Hernández *et al.* (2013) y Uranga-Valencia *et al.* (2015) evaluaron la forma del fuste en rodales naturales y plantaciones con manejo intensivo, y encontraron que los árboles tienden a un factor de forma constante, es decir, presentan una forma más cilíndrica, en consecuencia, tienen mayor concentración de volumen en el fuste con respecto a rodales naturales con manejo extensivo, por tanto, contar con modelos de volumen actualizados es indispensable para la elaboración de los programas de manejo forestal.

Debido a la importancia de la estimación de existencias maderables en masas forestales, este trabajo tuvo como objetivo generar modelos de volumen de una y dos entradas para el fuste total con y sin corteza en *Pinus ayacahuite* Ehren del predio de la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El trabajo se realizó en áreas de aprovechamiento forestal de la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, localizada al noroeste de la ciudad de Oaxaca en la provincia fisiográfica denominada Sistema Montañoso del Norte de Oaxaca, se ubica entre las coordenadas 17° 18' 16" y 17° 34' 00" Latitud Norte; 96° 31' 38" y 96° 20' 00" Longitud Oeste (Castellanos-Bolaños *et al.*, 2010). Los tipos de climas predominantes en el área son templado subhúmedo y templado subhúmedo con lluvias en verano, con una temperatura media anual entre 14 °C y 18°C. Los tipos de suelos más comunes en el área son: acrisol, luvisol y cambisol. El principal tipo de vegetación corresponde a bosques de pino-encino (STF, 2015).

Selección del arbolado y tamaño de muestra

Para determinar el tamaño de muestra y ajustar modelos de volumen, existen varios criterios; por ejemplo, Torres y Magaña (2001) indican que la muestra debería cubrir la mayor diversidad de tamaños y formas de los árboles. Por su parte, Lares (1994) y Pompa (1997) recomiendan que 50 individuos por especie distribuidos en todas las categorías diamétricas son suficientes para el ajuste de modelos de volumen. Atendiendo a este criterio, la muestra estuvo conformada por 55 árboles sanos, vigorosos, con una conformación adecuada, sin bifurcación y de las dimensiones inventariables mínimas y máximas para el aprovechamiento maderable. La base de datos incluyó árboles de todas las categorías de diámetro existentes en la comunidad con el fin de obtener una muestra representativa, la distribución fue cercana a una normal estándar (Figura 1) en donde las clases del centro de 30 cm a 45 cm presentaron mayor número de árboles.

Toma de datos y registro del arbolado

Los árboles seleccionados fueron marcados y georeferenciados en pie, después del derribo se limpió completamente el fuste para facilitar las mediciones. El fuste fue seccionado en trozas, en la parte inferior del tronco hasta el 1.30 m se hicieron más mediciones por ser esta parte donde se presenta el ahusamiento y volumen mayor. De esta zona se obtuvieron tres rodajas, las dos primeras de aproximadamente 30 cm de grosor y para la última la longitud fue variable

dependiendo de la altura del tocón y de la longitud de cada una de las dos primeras trozas hasta alcanzar el 1.30 m; a partir de ahí, se seccionaron según las medidas comerciales para la industria forestal (1.25 m a 2.62 m).

De las trozas se registraron los diámetros con y sin corteza en la sección mayor y sección menor. La altura total de cada árbol, se estimó con la suma de las secciones del fuste. Para el manejo de la información, los datos de campo fueron registrados en un formato de control (predio, fecha, pendiente, exposición, altitud, especie, edad, número de árbol, entre otros), y para facilitar las operaciones necesarias, los datos fueron capturados y ordenados en el programa Microsoft Office Excel 2013®.

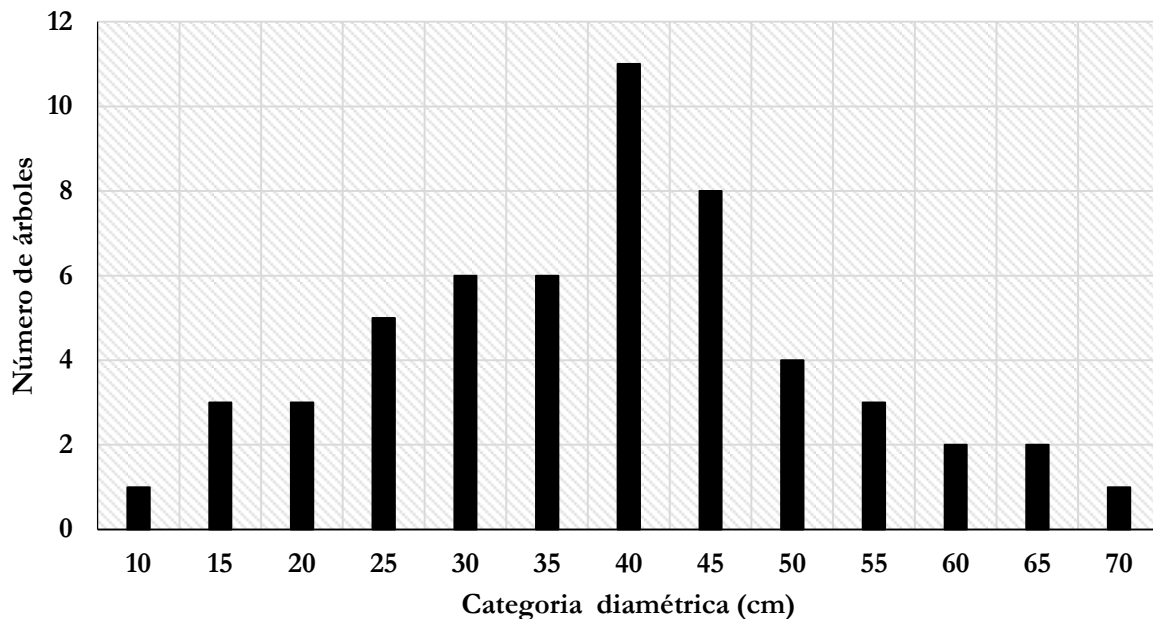


Figura 1. Gráfico de la distribución diamétrica de la muestra.

Obtención del volumen individual

Las trozas se asumieron con forma cilíndrica, con un grado de ahusamiento; y que al dividir el fuste en varios segmentos cortos, éstos se asemejan a un cilindro, por tanto, mientras menor la longitud de la troza mejor será su estimación de volumen (Torres y Magaña, 2001).

La estimación del volumen de cada una de las secciones del fuste se obtuvo mediante la fórmula de aproximación de Smalian $V = \left(\frac{A_b + A_s}{2}\right)L$ y la última sección (la punta) con la fórmula de volumen de un cono $V = \left(\frac{A_b}{3}\right)L$, donde V representa el volumen de la troza, A_b el área de la sección mayor (m^2), A_s el área de la sección menor (m^2) y L la longitud de la troza (m) (Avery y Burkhart, 2001). La sumatoria de todas las secciones del fuste generó una estimación del volumen del fuste total. En el Cuadro 1 se presenta el resumen estadístico de las principales variables dendrométricas de la base de datos utilizada en el ajuste de los modelos de volumen.

Cuadro 1. Valores estadísticos descriptivos de los datos usados.

Variable	N	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
<i>Dncc</i>	55	38.36	13.68	9.40	71.00
<i>Dnsc</i>	55	36.05	12.84	8.80	62.75
<i>H</i>	55	26.72	4.78	9.87	33.37
<i>Vfcc</i>	55	1.59	1.09	0.03	4.80
<i>Vfsc</i>	55	1.42	0.99	0.02	4.27

Dncc: Diámetro normal con corteza (cm); *Dnsc*: Diámetro normal sin corteza (cm); *H*: Altura total (m); *Vfcc*: Volumen fustal con corteza (m³); *Vfsc*: Volumen fustal sin corteza (m³).

Modelos de volumen de fuste total de una y dos entradas

En el presente trabajo se ajustaron 12 modelos de volumen fustal, clásicos de la literatura forestal (Clutter *et al.*, 1983; Prodan *et al.*, 1997; Diéguez-Aranda *et al.*, 2003), mismos que se clasificaron de acuerdo con el número de variables consideradas en: modelos de volumen de una entrada (Cuadro 2) y modelos de volumen de doble entrada (Cuadro 3).

Cuadro 2. Modelos de volumen de una entrada.

Modelo	Expresión	Nombre
M1	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D^2 + e$	Dissescu-Stanescu (polinómico de segundo grado incompleto)
M2	$V = \beta_0 \times D^{\beta_1} + e$	Berkhout (Loetsch <i>et al.</i> , 1973)
M3	$V = \beta_1 \times D + \beta_2 \times D^2 + e$	Dissescu-Meyer
M4	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D + \beta_2 \times D^2 + e$	Hohenadl-Krenn (polinómico de segundo grado completo)
M5	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D^2 + \beta_2 \times D^3 + e$	Polinómico de tercer grado incompleto
M6	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D + \beta_2 \times D^2 + \beta_3 \times D^3 + e$	Polinómico de tercer grado completo

V: volumen (m³); D: diámetro normal (cm); β_i : parámetros del modelo.

Análisis estadístico

El ajuste estadístico de los modelos de volumen de fuste total con y sin corteza, se efectuó por mínimos cuadrados ordinarios (bajo estructura lineal y no lineal) a través del software R (R

Development Core Team, 2012). Los criterios para calificar la bondad de ajuste se basaron en métodos analíticos mediante los cuales fue posible cuantificar el grado de ajuste o variabilidad de los modelos ajustados (Cuadro 4). Además del análisis estadístico, se evaluó la significancia de los estimadores de los parámetros, a través de pruebas de hipótesis con la distribución *t* Student, bajo la hipótesis nula $H_0: \beta_i = 0$ y $H_a: \beta_i \neq 0$ (Di Rienzo *et al.*, 2005), considerando un nivel de significancia de $\alpha=0.05$.

Cuadro 3. Modelos de volumen de doble entrada.

Modelo	Expresión	Nombre
M1	$V = \beta_0 \times D^{\beta_1} \times H^{\beta_2} + e$	Schumacher-Hall
M2	$V = \beta_0 \times (D^2 \times H)^{\beta_1} + e$	Spurr potencial
M3	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D^{\beta_2} \times H^{\beta_3} + e$	Newnham
M4	$V = \beta_1 \times \left(\frac{H}{D}\right)^{\beta_2} \times D^2 \times H + e$	Thornber
M5	$V = \beta_1 \times (D + 1)^{\beta_2} \times H^{\beta_3} + e$	Korsun
M6	$V = \beta_0 + \beta_1 \times D^2 \times H + e$	Spurr con término independiente (variable combinada)

V: volumen (m³); D: diámetro normal (cm); H: altura total (m); β_i : parámetros del modelo.

Cuadro 4. Indicadores estadísticos utilizados para evaluar la bondad de ajuste de los modelos de volumen.

Estadístico	Ecuación
Coefficiente de determinación ajustado (R^2_{adj})	$R^2_{adj} = 1 - \frac{(n - 1) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n - p) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$
Suma de cuadrados del error (SCE)	$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$
Cuadrado medio del error (CME)	$CME = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}$
Raíz del cuadrado medio del error (REMC)	$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$
Sesgo promedio (\bar{E})	$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$

Criterio de información de Akaike (*AIC*)

$$AIC = 2p + n \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \right)$$

\hat{y} : Valores predichos; y : media de los valores observados; p : número de parámetros del modelo; n : número de observaciones.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Modelos de volumen fustal con y sin corteza de una entrada

Los criterios estadísticos de bondad de ajuste y los parámetros estimados de los modelos de volumen fustal de una entrada, que aportaron los elementos de juicio para optar por el mejor modelo, se presentan en forma resumida en el Cuadro 5.

Los modelos de volumen de una entrada presentaron buen ajuste, con un valor de 0.97 para el coeficiente de determinación ajustado, valores similares eran esperados, puesto que estos modelos ($V = f(D)$), asumen que árboles del mismo diámetro tienen el mismo volumen, así mismo, se pone de manifiesto la relación alométrica entre el volumen con respecto al diámetro normal porque esta variable posee alta significancia en la descripción del volumen fustal.

Con base en el sistema de calificación (Cuadro 6), el modelo polinómico de tercer grado completo, presentó los totales más bajos tanto para volumen fustal con corteza ($Vfcc$) y volumen fustal sin corteza ($Vfsc$) con 15 y 10 unidades, respectivamente, al sobresalir principalmente por su R^2_{adj} alto y valores bajos de SCE , CME y $REMC$. Sin embargo, presenta demasiadas transformaciones de la variable independiente (D) y por ello una mayor complejidad, aunado a esto, los parámetros β_0 , β_1 , y β_3 para $Vfcc$ y $Vfsc$ no tienen una aportación significativa en el modelo de acuerdo con la prueba de t Student. A pesar de que la mayoría de los modelos presentaron un buen ajuste, el principio de parsimonia llevó a elegir el modelo de Berkhout, este modelo explicó el 97% de la variabilidad de volumen fustal con y sin corteza, además presentó valores de sesgo (\bar{E}) relativamente pequeños que van de 0.011 m³ a 0.013 m³, para $Vfcc$ y $Vfsc$, siendo β_0 y β_1 estadísticamente significativos ($p < 0.0001$) en todos los casos.

Cuadro 5. Estadísticos de ajuste y parámetros estimados de los modelos de volumen fustal de una entrada.

<i>Modelo</i> <i>V_{fcc}</i>	<i>R</i> ² _{adj}	<i>SCE</i>	<i>CME</i>	<i>REMC</i>	<i>E</i> _̄	<i>AIC</i>	Parámetro	Estimador	Error estándar	Pr > t
M1	0.9779	1.41517	0.02670	0.1634	1x10 ⁻⁶	-197.304	β ₀	-1x10 ⁻²	0.4010	0.3480
							β ₁	9x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁶	<0.0001
M2	0.9775	1.4390	0.0272	0.1648	-1x10 ⁻²	-196.384	β ₀	9x10 ⁻⁴	1x10 ⁻⁴	<0.0001
							β ₁	1.9979	0.0487	<0.0001
M3	0.9776	1.4340	0.0271	0.1645	-5x10 ⁻³	-196.574	β ₁	-9x10 ⁻⁴	0.0021	0.6668
							β ₂	9x10 ⁻⁴	4x10 ⁻⁵	<0.0001
M4	0.9786	1.3420	0.0258	0.1606	-7x10 ⁻⁴	-198.224	β ₀	-0.2613	0.1384	0.0645
							β ₁	0.0122	0.0072	0.0981
							β ₂	0.0008	9x10 ⁻⁵	<0.0001
M5	0.9793	1.2965	0.0249	0.1579	-4x10 ⁻⁴	-200.122	β ₀	-0.1555	0.0664	0.0229
							β ₁	0.0012	0.0001	<0.0001
							β ₂	-3x10 ⁻⁶	1x10 ⁻⁶	0.0336
M6	0.9796	1.2559	0.0246	0.1569	4x10 ⁻⁴	-199.869	β ₀	0.1879	0.2757	0.4986
							β ₁	-0.0311	0.0243	0.2053
							β ₂	0.0020	0.0006	0.0028
							β ₃	-9x10 ⁻⁹	5x10 ⁻⁵	0.0673
<i>V_{fsc}</i>										
M1	0.9733	1.4073	0.0265	0.1629	-5x10 ⁻⁶	-197.608	β ₀	-0.0530	0.0399	0.1907
							β ₁	8x10 ⁻⁴	2x10 ⁻⁵	<0.0001
M2	0.9725	1.4512	0.0274	0.1655	-0.0132	-195.921	β ₀	8x10 ⁻⁴	1x10 ⁻⁴	<0.0001
							β ₁	2.0173	0.0546	<0.0001
M3	0.9728	1.4349	0.0271	0.1645	-0.0067	-196.540	β ₁	-0.0017	0.0021	0.4050
							β ₂	9x10 ⁻⁹	4x10 ⁻⁵	<0.0001
M4	0.9739	1.3489	0.0259	0.1611	-3x10 ⁻⁴	-197.941	β ₀	-0.2526	0.1387	0.0743
							β ₁	0.0109	0.0072	0.1393
							β ₂	7x10 ⁻⁷	9x10 ⁻⁵	<0.0001
M5	0.9749	1.2984	0.0250	0.1580	9x10 ⁻⁴	-200.038	β ₀	-0.1656	0.0664	0.0158
							β ₁	0.0011	1x10 ⁻⁴	<0.0001
							β ₂	-3x10 ⁻⁶	1x10 ⁻⁶	0.0416
M6	0.9757	1.2346	0.0242	0.1556	-1x10 ⁻⁸	-200.811	β ₀	0.2651	0.2734	0.3366
							β ₁	-0.0390	0.0241	0.1107
							β ₂	0.0021	6x10 ⁻⁴	0.0016
							β ₃	-1x10 ⁻⁵	5x10 ⁻⁵	0.0345

Cuadro 7. Estadísticos de ajuste y parámetros estimados de los modelos de volumen fustal de dos entradas.

<i>Modelo</i> <i>Vfcc</i>	R^2_{adj}	<i>SCE</i>	<i>CME</i>	<i>REMC</i>	\bar{E}	<i>AIC</i>	Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor t
M1	0.9931	0.4315	0.0083	0.0911	-0.0055	-260.491	β_0	7×10^{-5}	$2 \times 10^{-5}0$	0.0006
							β_1	1.7808	0.0333	<0.0001
							β_2	1.0057	0.0943	<0.0001
M2	0.9931	0.4419	0.0083	0.0913	-0.0044	-261.317	β_0	9×10^{-5}	1×10^{-5}	<0.0001
							β_1	0.9025	0.1260	<0.0001
							β_0	-0.0265	0.0481	0.5840
M3	0.9930	0.4289	0.0084	0.0917	-0.0008	-258.957	β_1	9×10^{-5}	4×10^{-5}	0.0316
							β_2	1.7588	0.0516	<0.0001
							β_3	0.9747	0.1084	<0.0001
M4	0.9924	0.4878	0.0092	0.0959	0.0091	-255.877	β_1	3×10^{-5}	7×10^{-7}	<0.0001
							β_2	0.2372	0.0344	<0.0001
							β_1	6×10^{-5}	1×10^{-5}	0.0006
M5	0.9931	0.4339	0.0083	0.0913	0.0060	-259.602	β_2	1.8173	0.0341	<0.0001
							β_3	1.0152	0.0945	<0.0001
							β_1	0.1286	0.0242	<0.0001
M6	0.9906	0.6005	0.0113	0.1064	-0.0151	-242.699	β_2	3×10^{-5}	4×10^{-7}	<0.0001
							β_0	4×10^{-5}	1×10^{-5}	0.0009
							β_1	1.7697	0.0341	<0.0001
(Vfsc) M1	0.9930	0.3640	0.0070	0.0837	0.0142	-266.990	β_2	1.1719	0.0976	<0.0001
							β_0	7×10^{-5}	1×10^{-5}	<0.0001
							β_1	0.9144	0.0137	<0.0001
M2	0.9921	0.4148	0.0078	0.0885	-0.0064	-264.748	β_0	-0.0228	0.0431	0.5988
							β_1	5×10^{-5}	2×10^{-5}	0.0391
							β_2	1.7488	0.0518	<0.0001
M3	0.9929	0.3620	0.0071	0.0842	-0.0106	-266.916	β_3	1.1392	0.1138	<0.0001
							β_1	3×10^{-5}	6×10^{-7}	<0.0001
							β_2	0.2351	0.0332	<0.0001
M4	0.9930	0.3673	0.0069	0.0833	0.0113	-270.183	β_1	3×10^{-5}	9×10^{-6}	0.0009
							β_2	1.8058	0.0349	<0.0001
							β_3	1.1813	0.0978	<0.0001
M5	0.9929	0.3665	0.0070	0.0840	-0.0116	-268.522	β_1	0.0955	0.0229	<0.0001
							β_2	1.8058	0.0349	<0.0001
							β_3	1.1813	0.0978	<0.0001
M6	0.9898	0.5371	0.0101	0.1007	-0.0065	-250.213	β_1	0.0955	0.0229	<0.0001
							β_2	2×10^{-5}	3×10^{-7}	<0.0001

Cuadro 6. Calificación para los modelos de volumen fustal de una entrada.

Modelo	Calificación total	
	Vfcc	Vfsc
Dissescu-Stanescu (M1)	22	24
Berkhout (M2)	33	38
Dissescu-Meyer (M3)	29	32
Hohenadl-Krenn (M4)	23	21
Polinómico de tercer grado incompleto (M5)	20	17
Polinómico de tercer grado completo (M6)	15	10

Modelos de volumen fustal con y sin corteza de dos entradas

Los estadísticos de bondad de ajuste y los parámetros estimados de los modelos de volumen fustal de dos entradas, se presentan en el Cuadro 7. Los valores para el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) van de 0.98 a 0.99. El modelo sobresaliente para estimar el Vfcc fue el de Schumacher-Hall (M1), al presentar los valores más bajos en *CME*, *REMC* y *AIC*, y los tres parámetros (β_0 , β_1 , y β_2) fueron significativos al 95% de confianza, esto se puede verificar en la calificación que alcanzó el modelo, que fue de 17 unidades (Cuadro 8), siendo esta la más baja. Para estimar el Vfsc, se eligió el modelo de Schumacher-Hall (M1), que de acuerdo con el sistema de calificación de escala relativa alcanzó 19 unidades, mismas unidades que obtuvo el modelo de Thornber (M4). Sin embargo, se eligió al primero porque además de presentar estadísticos de variabilidad con valores más bajos, sus tres parámetros (β_0 , β_1 , y β_2) fueron significativos al considerar un nivel de significancia de $\alpha=0.05$.

Cuadro 8. Calificación para los modelos de volumen fustal (Vf) con corteza (cc) y sin corteza (sc) de dos entradas.

Modelo	Calificación total	
	Vfcc	Vfsc
Schumacher-Hall (M1)	16	19
Spurr potencial (M2)	19	23
Newnham (M3)	19	21
Thornber (M4)	27	19
Korsun (M5)	20	25
Variable combinada (M6)	31	27

Modelos de volumen seleccionados

Las ecuaciones de volumen fustal con y sin corteza de una y dos entradas que presentaron los mejores estadísticos de ajuste y significancia de sus parámetros se presentan en el Cuadro 9. Las representaciones gráficas de los modelos utilizados para estimar el volumen fustal con y sin corteza de *P. ayacahuite* Ehren se muestran en las Figuras 2 y 3, respectivamente.

Cuadro 9. Ecuaciones de volumen fustal de una y dos entradas para *Pinus ayacahuite* Ehren.

Modelo de Berkhout	$Vfcc = 0.000982 \times D^{1.997399}$
	$Vfsc = 0.000816 \times D^{2.01732}$
Modelo de Schumacher-Hall	$Vfcc = 0.000076 \times D^{1.78081} \times H^{1.005776}$
	$Vfsc = 0.00004 \times D^{1.769716} \times H^{1.171917}$

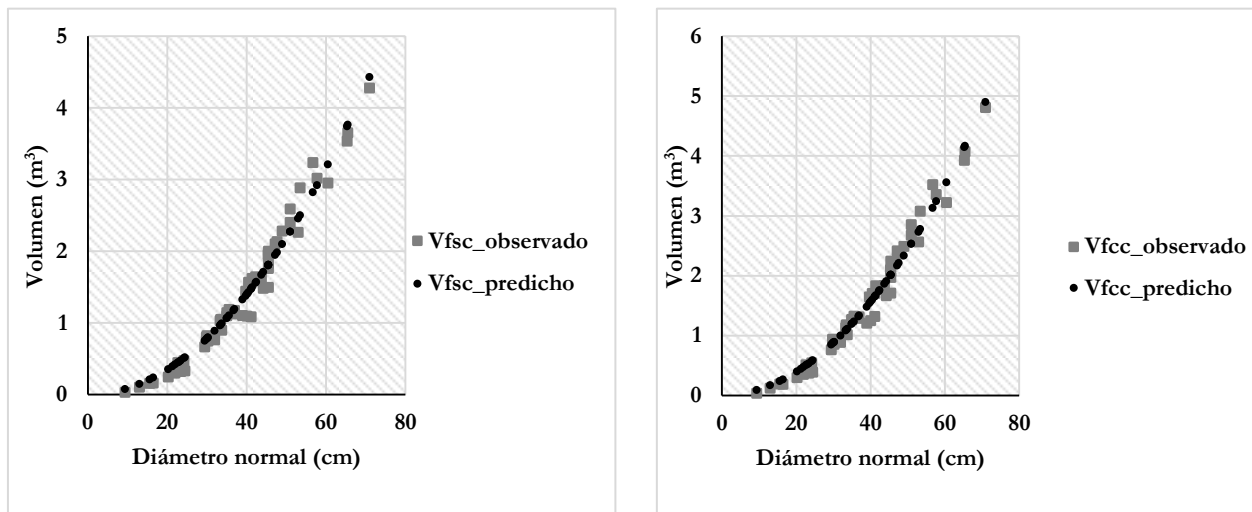


Figura 2. Representación gráfica del volumen del fuste estimado por el modelo de Berkhout de una entrada.

El modelo de Berkhout y el modelo de Schumacher-Hall han sido utilizados por diversos investigadores para la generación de tablas de volúmenes con resultados satisfactorios, esto gracias a la simplicidad de su estructura, por ejemplo, Pece *et al.* (2002) ajustaron una serie de modelos siendo el de Schumacher-Hall en su versión ponderada el elegido para la elaboración de una tabla de volumen de doble entrada para álamos, a partir de una muestra de 212 individuos. Romero (2005) utilizó el modelo de Schumacher-Hall en la generación de una tabla de volumen fustal con y sin corteza para *Pinus chiapensis* en el cual empleó datos de análisis troncal de una muestra de 17 árboles. Por su parte, Reyes (2006) ajustó y ponderó el modelo de Schumacher-Hall, para crear un sistema de cubicación de fuste total para *Eucalyptus grandis* y *E. urophylla*, utilizando una muestra de 131 árboles. Ramos *et al.* (2014) emplearon el modelo de Schumacher-Hall para elaborar tablas de volumen para *Pinus lawsonii* y *Pinus oocarpa* en el estado de

Michoacán, mediante una muestra de 133 árboles. Tapia y Navar (2011) ajustaron y validaron ocho modelos de volumen y cinco funciones de ahusamiento para la especie *Pinus pseudostrabus* Lindl. de una fracción de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. En el ajuste emplearon 110 árboles, los resultados mostraron que los modelos que predicen mejor el volumen y el perfil diamétrico fueron los de Schumacher-Hall y de Kozak.

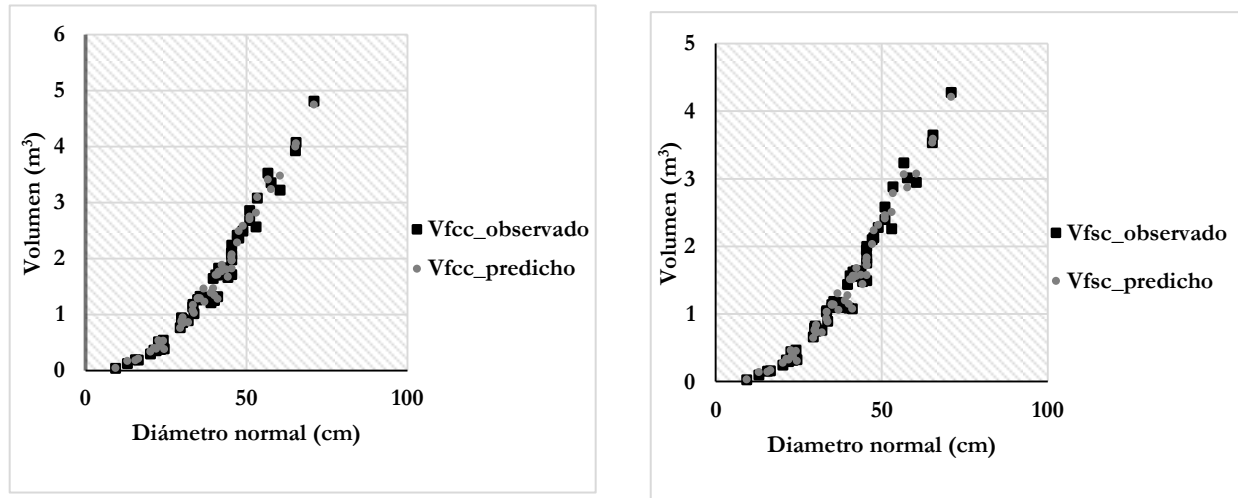


Figura 3. Representación gráfica del volumen del fuste estimado por el modelo de Schumacher-Hall.

CONCLUSIONES

Los modelos de volumen son herramientas importantes para la estimación de las existencias maderables de los bosques, y como un instrumento de ayuda para la conducción adecuada de los aprovechamientos forestales. El uso de las tablas de volumen de una entrada es recomendable cuando se desea ahorrar tiempo y dinero en las actividades de marcaje forestal; sin embargo, la confiabilidad y precisión en la estimación es menor respecto a una tabla de doble entrada, dado que esta última considera una variable más en la estimación del volumen. En general los modelos de volumen ajustados para *Pinus ayacahuite* presentaron un buen ajuste al estimar el volumen. Sin embargo, se eligieron los modelos de Berkhout, y Schumacher-Hall, los cuales resultaron ser más confiables en la estimación del volumen fustal, al expresar el contenido volumétrico de los árboles en tablas de volumen con y sin corteza. Con la finalidad de evitar errores en las estimaciones de las existencias reales maderables, es deseable la elaboración de tablas de volumen para las demás especies bajo aprovechamiento en el predio de la comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca.

LITERATURA CITADA

- Avery, T. E., and H. E. Burkhardt. 2001. Forest measurements. Nueva York, NY. EUA: McGraw-Hill. 456 p.
- Castellanos-Bolaños, J.F., E.J. Treviño-Garza, O.A. Aguirre-Calderón, J. Jiménez-Pérez y A. Velázquez-Martínez. 2010. Diversidad arbórea y estructura espacial de bosques de pino-encino en Ixtlán de Juárez, Oaxaca. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 1(2):39-52.
- Clutter, J.L., J.C. Forston, L.V. Pienaar, G.H. Brister, and R.L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY. USA. 333 p.
- Di Rienzo, J.A., F. Casanoves, L.A. Gonzalez, E.M. Tablada, M.P. Díaz, C.W. Robledo, y M.G. Balzarini. 2005. Estadística para las ciencias agropecuarias (6ta ed.). Córdoba, Argentina: Brujas. 378 p.
- Diéguez-Aranda, U., M. Barrio-Anta, F. Castedo-Dorado, A. D. Ruíz-Gonzalez, M.F. Alvaréz-Taboada, J.G. Alvaréz-Gonzalez, y A. Rojo-Alboreca. 2003. Dendrometría. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid, España. 327 p.
- García, O. (1995). Apuntes de mensura forestal I. Estática. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Chile 65 p.
- Hernández, P. D., H. M. De los Santos P., G. Ángeles P., J. R. Valdez L., y V. H. Volke H. 2013. Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 4 (16): 34-45.
- Jiménez, P. J. 1988. Elaboración de tablas de tarifas de volúmenes para *Pinus pseudostrobus* Lindl. y *P. teocote* Schltdl. et Cham., en una fracción de la Sierra Madre Oriental en el Noreste de México. Tesis Doctoral. Georg-August University, Gottingen. Alemania. 50 p.
- Lares, Z. M. A. 1994. Estimación del tamaño de muestra en regresión y modificación de los modelos de Schumacher y el logarítmico de la variable combinada. Tesis de Licenciatura. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 36 p.
- Loetsch, F., F. Zohrer, and K. E., Haller. 1973. Forest inventory. Munich. BLV Verlagsgesellschaft. 469 p.
- Pece, M., C. Gillard, M. Galindez, y N. Ríos. 2002. Tabla de volumen de doble entrada para álamos de la zona de riego de Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho* 9 (3):95-105.
- Pompa, G. M. 1997. Sistema de cubicación para el género *Pinus* en la UCODEFO N° 7 Norogachi-Guachochi. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Programa Forestal. México. 105 p.
- Prodan, M., R. Peters, F. Coxy, and P. Real. 1997. Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible Proyecto IICA/GTZ. San José, Costa Rica, 561 p.
- R Development Core Team (2012). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Ramos, U. V. J., J. García-Magaña, J. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, J. C. Velarde-Ramírez, H. J. Muñoz-Flores, y G. G. García-Espinoza. 2014. Ecuaciones y tablas de volumen

- para dos especies de *Pinus* de la Sierra Purépecha, Michoacán. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5 (23): 92-109.
- Reyes, V. J. R. 2006. Sistema de cubicación *Eucalyptus grandis* y *Eucalyptus urophylla* en los límites de Veracruz y Oaxaca. Tesis de Licenciatura. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 80 p.
- Romahn-de la Vega, C. F., H. Ramírez-Maldonado, y J. Treviño. 2006. *Dendrometría*. Texcoco, Estado de México, México: Universidad Autónoma Chapingo. 354 p.
- Romero, H. A. E. 2005. Tabla de volúmenes para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen, en su área de distribución natural en los estados de Puebla y Veracruz. Tesis de Licenciatura. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 92 p.
- STF (Servicios Técnicos Forestales de Ixtlán de Juárez). 2015. Programa de manejo forestal para el aprovechamiento y conservación de los recursos forestales maderables de Ixtlán de Juárez. Ciclo de corta 2015-2024. 423 p.
- Tapia, J., y J. Navar. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. *Revista Forestal Veracruzana* 13(2):19-28.
- Torres, R., J. M. y O. S. Magaña T. 2001. Evaluación de plantaciones forestales. Editorial. Limusa, México. 472 p.
- Uranga-Valencia, L. P., H. M. De los Santos-Posadas, J. R. Valdez-Lazalde, J. López-Upton, H. Navarro-Garza. 2015. Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque. *Agrociencia* 49(7): 787-801.